DOWÓD

Zauważmy, że

1.

$$L_{n,j}(x_i) = \begin{cases} 0, & \text{if } i \neq j, \\ 1, & \text{if } i = j. \end{cases}$$

Tak więc jeżeli $i \neq j$

$$H_{n,j}(x_i) = 0 \quad \text{and} \quad \hat{H}_{n,j}(x_i) = 0,$$

Jeżeli $i = j$

$$H_{n,i}(x_i) = [1 - 2(x_i - x_i)L'_{n,i}(x_i)] \cdot 1 = 1$$

$$\hat{H}_{n,i}(x_i) = (x_i - x_i) \cdot 1^2 = 0.$$

W konsekwencji

$$H_{2n+1}(x_i) = \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} f(x_j) \cdot 0 + f(x_i) \cdot 1 + \sum_{j=0}^{n} f'(x_j) \cdot 0 = f(x_i),$$

2. Teraz zgodność pochodnych

Zauważmy, że $L_{n,j}(x)$ jest czynnikiem w $H'_{nj}(x)$, więc

$$H'_{nj}(x_i) = 0 \quad i \neq j.$$